Lösungen der Wochenaufgaben

Quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

a)

$$\begin{aligned}
12x^2 + 2x &= 9x^2 + 9x - 2 && |-12x^2 - 2x \\
0 &= -3x^2 + 7x - 2 && |:(-3) \\
0 &= x^2 - \tfrac{7}{3}x + \tfrac{2}{3} \\
x_{1/2} &= -\tfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{p}{2}\right)^2 - q} \\
x_{1/2} &= \tfrac{7}{6} \pm \sqrt{\tfrac{49}{36} - \tfrac{2}{3}} \\
x_1 &= \tfrac{7}{6} + \sqrt{\tfrac{25}{36}} = 2 \\
x_2 &= \tfrac{7}{6} - \sqrt{\tfrac{25}{36}} = \tfrac{1}{3}
\end{aligned}$$

$L = \{2; \frac{1}{3}\}$

b)

$$\begin{aligned}
w(3w - 7) &= (w + 2)^2 + w - 4 \\
3w^2 - 7w &= w^2 + 4w + 4 + w - 4 \\
3w^2 - 7w &= w^2 + 5w && |-3w^2 + 7w \\
0 &= -2w^2 + 12w \\
0 &= w(-2w + 12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_1 = 0 \ \vee \quad -2w + 12 &= 0 && |-12 \\
-2w &= -12 && |:(-2) \\
w_2 &= 6
\end{aligned}$$

$L = \{0; 6\}$

c)

$$\begin{aligned}
\tfrac{x}{x-1} &= 3x && |\cdot (x - 1) \\
x &= 3x \cdot (x - 1) \\
x &= 3x^2 - 3x && |-x \\
0 &= 3x^2 - 2x \\
0 &= x \cdot (3x - 2) \\
x_1 = 0 \ \vee \quad 3x - 2 &= 0 && |+2 \\
3x &= 2 && |:3 \\
x &= \tfrac{2}{3}
\end{aligned}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ also $L = \{0; \frac{2}{3}\}$

d)

$$\begin{aligned}
\sqrt{13 - 4x} &= 6 - x && |\mathit{quadrieren} \\
13 - 4x &= (6 - x)^2 \\
13 - 4x &= 36 - 12x + x^2 && |-13 + 4x \\
0 &= x^2 - 8x + 23 \\
x_{1/2} &= -\tfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{p}{2}\right)^2 - q} \\
x_{1/2} &= 4 \pm \sqrt{16 - 23} \\
x_{1/2} &= 4 \pm \sqrt{-5}
\end{aligned}$$

$L = \{\}$

Aufgabe 2

a)

$$\begin{aligned}
3x^2 + 24x + 21 &= 0 && |:3 \\
x^2 + 8x + 7 &= 0 && |-7 \\
x^2 + 8x &= -7 && |\mathit{quadratische\ Ergänzung} \\
x^2 + 8x + \left(\tfrac{8}{2}\right)^2 &= -7 + \left(\tfrac{8}{2}\right)^2 \\
(x + 4)^2 &= 9 && |\sqrt{} \\
x + 4 &= \pm 3 && |-4 \\
x_1 &= -4 + 3 = -1 \\
x_2 &= -4 - 3 = -7
\end{aligned}$$

$L = \{-1; -7\}$

b)

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{3}u^2 - 5u + 18 &= 0 && |\cdot 3 \\
u^2 - 15u + 54 &= 0 && |-54 \\
u^2 - 15u &= -54 && |\mathit{quadratische\ Ergänzung} \\
u^2 - 15u + \left(\tfrac{15}{2}\right)^2 &= -54 + \left(\tfrac{15}{2}\right)^2 \\
\left(u + \tfrac{15}{2}\right)^2 &= \tfrac{9}{4} && |\sqrt{} \\
u + \tfrac{15}{2} &= \pm \tfrac{3}{2} && |-\tfrac{15}{2} \\
x_1 &= -\tfrac{15}{2} + \tfrac{3}{2} = -6 \\
x_2 &= -\tfrac{15}{2} - \tfrac{3}{2} = -9
\end{aligned}$$

$L = \{-6; -9\}$

Aufgabe 3

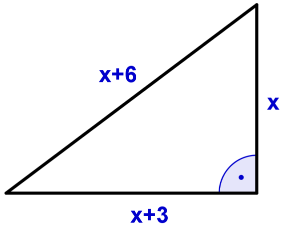
a) $x^2 - 7x + 10 = 0$
b) $x^2 - x - 12 = 0$
c) $x^2 - 7x = 0$
d) $x^2 - \frac{29}{21}x + \frac{10}{21} = 0$

e) $x^2 - 6 + 4 = 0$
f) $x^2 - 2\sqrt{7} + 7 = 0$

Geometrische Aufgaben zu Quadratische Gleichungen

Aufgabe 4

Skizze rechts:



Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

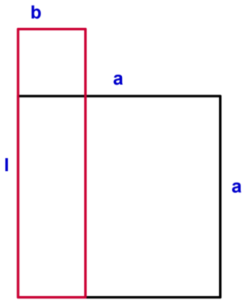
$$(x+6)^2 = x^2 + (x+3)^2$$

Ausrechnen, pq-Formel anwenden und es folgt:

x=9cm

Aufgabe 5

Skizze rechts:



Ansatz: $16 = (a+2) \cdot (a-4)$

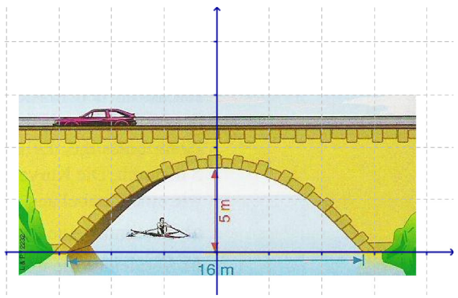
Ausrechnen, pq-Formel anwenden und es folgt:

a=6cm

Anwendungen zu Quadratischen Funktionen

Aufgabe 6

Am einfachsten ist das KOS in der folgenden Weise einzufügen, da es sich so nur um eine Verschiebung entlang der y-Achse und eine Streckung/Stauchung handeln kann.



Daraus ergibt sich der Ansatz:

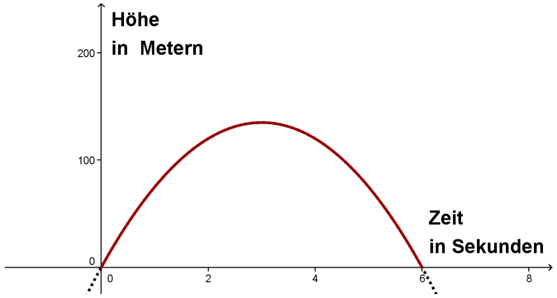
$$f(x) = ax^2 + b$$

Mathematik
Klasse 9 Wochenaufgaben

Man erhält dann die Lösung: $f(x) = -\frac{5}{64}x^2 + 5$

Aufgabe 7

Mit einer Skizze sieht die Flugbahn in Abhängigkeit von der Zeit t wie im KOS rechts aus.



a) Gefragt ist, wie Lange der Ball in der Luft ist. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn er den Boden berührt. Also, wenn h(t)=0!
Ansatz: $0 = -15t^2 + 90t$
Man erhält die beiden Lösungen $x_1 = 0$ *und* $x_2 = 6$. Daher befindet sich der Ball genau 6 Sekunden in der Luft.

b) Der Ball hat seinen höchsten Punkt am Scheitelpunkt. Daher bestimmt man den Scheitelpunkt der Flugbahn. Nach dem Umformen folgt:
$h(t) = -15(t-3)^2 + 135$
Man kann erkennen, dass der Scheitelpunkt bei (3|135) liegt. In diesem Kontext heißt das, dass der Ball nach 3 Sekunden seine maximale Höhe bei 135m erreicht hat.