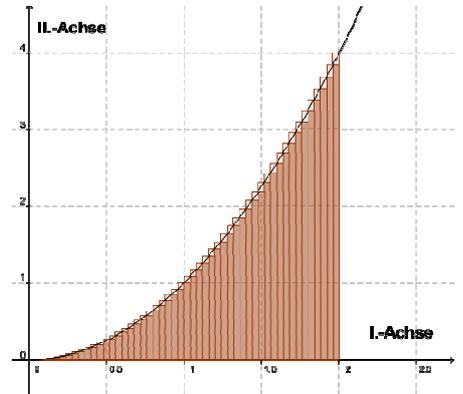


Obersumme - Untersumme

In der letzten Stunde haben Sie die Obersumme und die Untersumme der Funktion $f(x) = x^2$ im Intervall $I = [0; 2]$ berechnet.

$$\begin{aligned}
 O_n &= \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{1 \cdot 2}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{n}\right)^2 + \dots + \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{n \cdot 2}{n}\right)^2 \\
 O_n &= \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{2}{n}\right)^2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) \\
 O_n &= \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{2}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}\right) \\
 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} O_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{6} \cdot \frac{n}{n} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot \frac{2n+1}{n} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$



Ebenso ergab sich für die Untersumme

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{8}{3}$$

Also muss die Fläche zwischen der Funktion und der I.-Achse den Wert $\frac{8}{3}$ FE haben.

Jetzt sollen Sie die Grenzen ein wenig variieren!

Aufgabe

- Berechnen Sie den Grenzwert der Obersumme und der Untersumme der Funktion $f(x) = x^2$ im Intervall $I = [0; 1]$.
- Berechnen Sie den Grenzwert der Obersumme und der Untersumme der Funktion $f(x) = x^2$ im Intervall $I = [0; 3]$.
- Durch die Grenzwerte wird der Flächeninhalt zwischen der Funktion und der I.-Achse angegeben. Geben Sie anhand der Ergebnisse aus den ersten beiden Aufgabenteilen eine Funktion für den Flächeninhalt zwischen der Funktion $f(x) = x^2$ und der I.-Achse im Intervall $I = [0; x]$ an.
- Lösen Sie in Ihrem Schulbuch S. 15 Nr. 9a und b.

